

---

*Les seuls objets autorisés sont:*

- *une feuille A4 manuscrite recto-verso*
- *stylos, etc.*

*Les réponses finales à chaque question doivent être reportées sur l'énoncé dans les cases prévues à cet effet. La justification détaillée et propre est à rendre sur le papier quadrillé fourni.*

**Un feuillet quadrillé par exercice**

**Inscrivez votre nom sur chacun des feuillets! Et numérotez-les i/n**

*L'examen comporte 3 exercices, numérotés de 1 à 3*

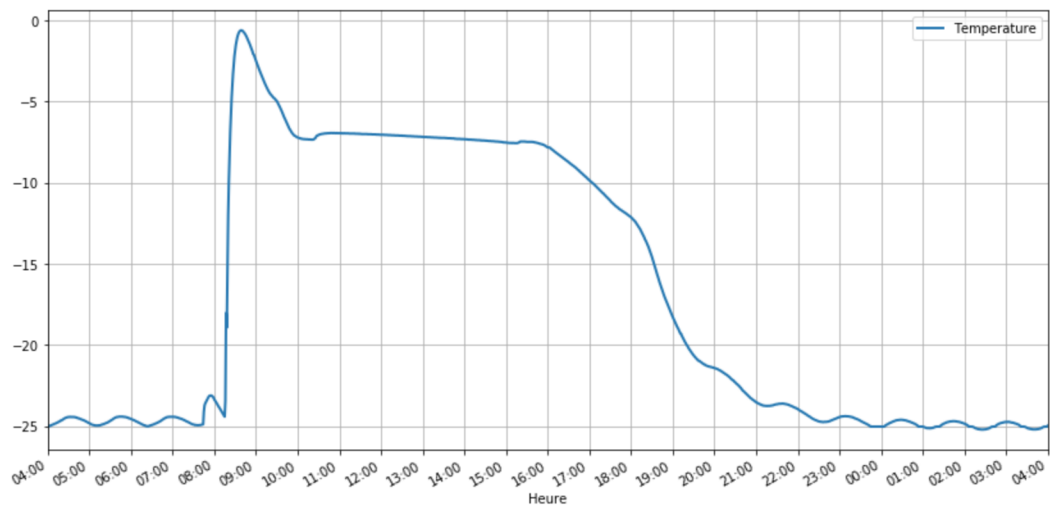
*Le nombre de points maximum pour cet examen est de 39 points + 2 "points bonus".*

**Ne pas ouvrir avant le début de l'épreuve**



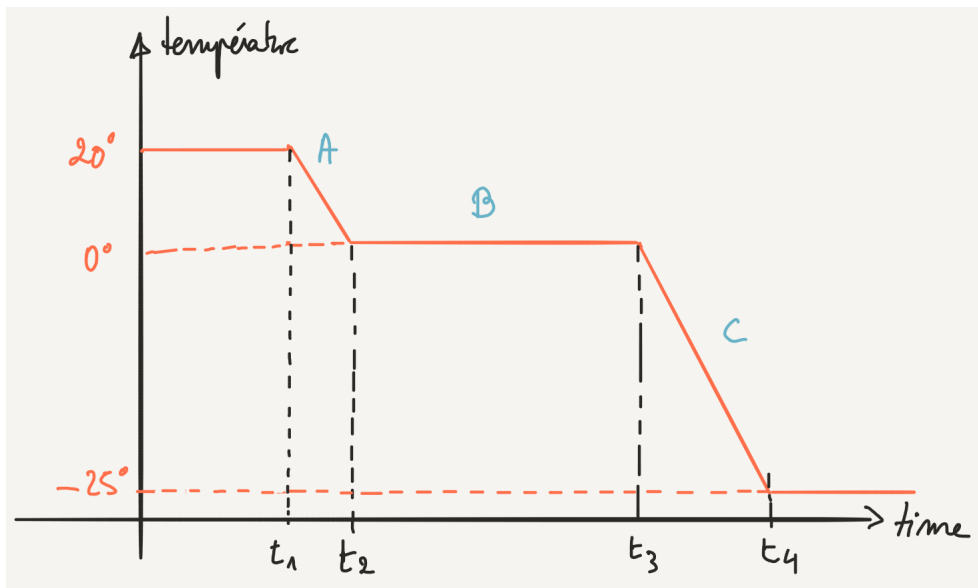
Exercice 1. Congélation d’une soupe (13 points)

On assimilera la soupe à  $m = 500\text{ g}$  d’eau. Initialement, elle est à la température de la cuisine  $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$ . On la place dans une boîte plate de  $h = 5\text{ cm}$  d’épaisseur, puis on la met au congélateur qui était à  $\theta_2 = -25^\circ\text{C}$ . On appelle  $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$  et  $T_0 = 273\text{ K}$ . Un thermomètre, placé en contact avec la boîte enregistre la température en fonction du temps. On obtient la courbe suivante:



On prendra:  $c_e = 4\text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  chaleur spécifique de l’eau;  $c_g = 2\text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  chaleur spécifique de la glace;  $L_f = 330\text{ kJ.kg}^{-1}$  chaleur latente massique de fusion.

1. On suppose que les étapes de refroidissement de l’eau puis de congélation et enfin de refroidissement de la glace formée sont bien distinctes et successives et que la température de la soupe est homogène et suit la courbe suivante:



Indiquez à quelle étape de transformation de l'eau correspondent les parties A, B et C de la courbe, justifiez:

A : .....

B : .....

C : .....

2. Quelle(s) raison(s) pourraient expliquer la différence entre les deux courbes?

.....

3. Calculez pour chaque étape la chaleur soutirée à l'eau en fonction des données.

$Q_A =$  .....

$Q_B =$  .....

$Q_C =$  .....

4. Application numérique: évaluez les ordres de grandeur de ces chaleurs:

$Q_A =$  .....

$Q_B =$  .....

$Q_C =$  .....

5. On veut calculer le temps de formation de la glace pour le comparer à l'expérience. On suppose que les transferts thermiques se font exclusivement à travers les deux grandes faces de la boîte plate. La boîte est en plastique, d'épaisseur  $e_b$  et de conductivité thermique  $\lambda_b$ . La glace a une conductivité thermique  $\lambda_g$ . On supposera que la température à l'extérieur de la boîte est de  $T_{\text{ext}} = -25^\circ\text{C}$ . Les résultats seront donnés en fonction des  $\theta_i$ , des chaleurs massiques et latentes et de la masse volumique de la glace  $\rho$ , ainsi que des conductions thermiques. On supposera que température varie linéairement dans chacun des deux matériaux (glace et plastique de la boîte).

On rappelle l'expression de la résistance thermique d'une barre de section  $S$  et de longueur  $l$ ,

$$R_u = \frac{l}{S\lambda}$$

- (a) On se place à un instant  $t$  et on suppose que la glace formée sur chaque face a une épaisseur  $e_g(t)$ . Calculer l'épaisseur qui se forme entre  $t$  et  $t + dt$

$de_g =$  .....

- (b) En déduire le temps  $t_s$  nécessaire pour geler toute l'eau

$t_s =$  .....

6. Calculer l'entropie créée dans l'eau lors du processus complet (de  $t_1$  à  $t_4$ )

$S_{\text{créé}} =$  .....

7. Quelle serait l'efficacité du congélateur en fonction des températures données s'il fonctionnait selon un cycle réversible ?

$$\eta_{\text{frigo,rev}} = \dots\dots\dots$$

### Application Numérique

$$\eta_{\text{frigo,rev}} = \dots\dots\dots$$

8. En réalité  $\eta_{\text{frigo}} = 2$ . Calculez l'énergie électrique consommée par le processus complet de congélation en fonction des  $Q_{A,B,C}$  et de  $\eta_{\text{frigo}}$ .

$$E = \dots\dots\dots$$

9. Calculez la chaleur libérée dans la cuisine

$$Q_{\text{cuis}} = \dots\dots\dots$$

Exercice 2. De la manière de stocker de l'essence (13 points+ 2 bonus)

Deux amis se proposent de faire un voyage dans des régions isolées où les températures et la pression extérieures peuvent varier sur de grandes amplitudes. Ils planifient de prendre un supplément d'essence dans des bidons et discutent de la meilleures manière de les remplir pour éviter les risques de fuite dus à une surpression dans les bidons lorsque la température ou la pression extérieure changent. L'un propose de "laisser le plus petit volume de gaz possible dans le bidon afin de limiter l'augmentation de la pression dans le gaz lorsque la température augmente", le second de "laisser un grand volume de gaz afin d'accommoder la dilatation de l'essence liquide avec la température". Essayons de trouver la meilleure méthode.

- Données et notations du problème :
- Volume du bidon,  $V$
  - Volume du gaz dans le bidon,  $v$
  - Volume massique de l'essence liquide  $v_L(T)$  et,  $v_{L0}$  à la température  $T_0 = 10^\circ\text{C}$
  - Masse molaire de l'essence,  $M$
  - Volume massique de l'essence gazeuse,  $v_g(T)$  et,  $v_{g0}$  à la température  $T_0 = 10^\circ\text{C}$ ; avec  $v_l \ll v_g$
  - Pression de vapeur saturante de l'essence  $p_s(T)$  et,  $p_{s0}$  à la température  $T_0 = 10^\circ\text{C}$
  - Volume d'essence initialement versée dans le bidon,  $V_e$
  - Volume d'essence sous forme liquide dans le bidon,  $V_L$
  - Chaleur latente massique de vaporisation de l'essence  $L$  et,  $L_0$  à la température  $T_0 = 10^\circ\text{C}$
  - Coefficient de dilatation volumique de l'essence liquide  $\alpha = \frac{1}{v_L} \left( \frac{\partial v_L}{\partial T} \right)_P = 10^{-3} \text{ K}^{-1}$

Dans tout le problème on considère que les phases gazeuses (air et vapeur d'essence) se comportent comme des gaz parfaits et que l'essence liquide est un fluide incompressible. On suppose aussi que l'on a toujours assez d'essence dans le bidon pour avoir la coexistence des deux phases liquides et gazeuses.

Lors du remplissage du bidon on verse  $V_e < V$  essence liquide dans le bidon et le reste est rempli d'air à la température extérieure  $T_0$  et à la pression atmosphérique  $P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$ . On supposera que la quantité d'essence qui s'évapore est suffisamment faible pour pouvoir négliger la variation de la masse de l'essence sous forme liquide.

1. A l'équilibre, à la température initiale  $T_0$ , une fois le bidon refermé, quelles sont, dans le volume  $v$  :

La pression partielle de l'air dans le bidon

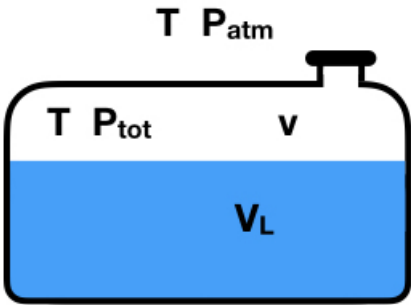
$P_{\text{air}} = \dots\dots\dots$

La pression partielle d'essence

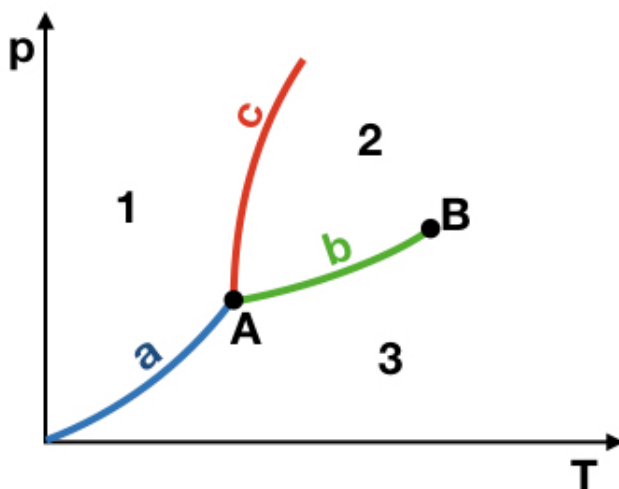
$P_{\text{ess}} = \dots\dots\dots$

La pression totale

$p_{\text{Tot}} = \dots\dots\dots$



2. On s'intéresse maintenant à la variation de la pression de vapeur saturante  $p_s(T)$  de l'essence en fonction de la température,  $T$ . On assimilera l'essence à un corps pur unique. Le diagramme  $p - T$  du corps est représenté sur la figure ci-dessous.



- Comment se nomment les points A et B

A : ..... B : .....

- Indiquer les phases gazeuses, liquides et solides sur le dessin
- Indiquer sur le dessin où ont lieu les paliers de vaporisation, fusion et sublimation
- Pour une température donnée, comment lit on la pression de vapeur saturante du mélange liquide/gaz?

3. exprimer  $v_g(T)$  en fonction  $p_s(T)$ ,  $T$ ,  $M$  et  $R$  la constante des gaz parfaits.

$$v_g(T) = \dots\dots\dots$$

On rappelle la relation de Clapeyron qui lie la pente de la courbe  $b$  à la température, aux volumes massiques des deux phases et la chaleur latente massique de changement d'état :

$$L_{l \rightarrow g} = T (v_g - v_l) \frac{dp_{g,l}}{dT}$$

En général la chaleur latente décroît linéairement avec la température avec une pente  $a$  :  $L(T) = L_0 - a(T - T_0)$ .

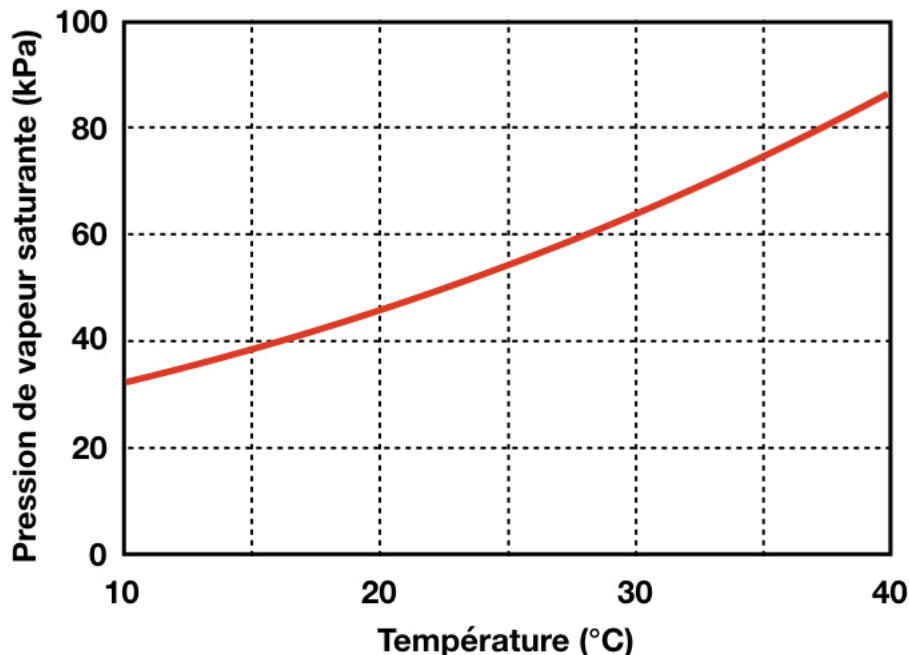
En déduire la pression de vapeur saturante à une température  $T$ , en fonction de  $L_0$ ,  $p_{s0}$ ,  $M$ ,  $a$  et  $R$ . Indication : on considérera  $v_l \ll v_g$ .

$$\ln \left( \frac{p_s(T)}{p_s(T_0)} \right) = \dots\dots\dots$$

4. Pour la gamme de température considérée, on peut négliger la variation de  $L$  avec  $T$  ( $a \simeq 0$ ), en déduire que  $p_s(T)$  peut se mettre sous la forme  $p_s(T) = p_s(T_0)e^{(B(1/T_0 - 1/T))}$ . Expliciter  $B$ .

$$B = \dots\dots\dots$$

5. Pour de l'essence automobile on trouve  $B = 3000 \text{ K}$  et la figure ci-dessous représente une courbe typique de  $p_s(T)$ , commentez.



6. Ecrire la pression totale,  $p_{Tot}(T)$ , dans le bidon en fonction de la température  $T$  et des données du problème.

$p_{Tot}(T) = \dots\dots\dots$

7. En déduire qu'il n'est pas judicieux de remplir le bidon à raz-bord.

8. Quelle est la condition à satisfaire sur  $v$  pour que l'effet de dilatation de l'essence soit négligeable. Écrire la relation donnant la pression totale dans le bidon dans ce cas.

condition:.....  $p_{Tot} = \dots\dots\dots$

*Bonus 1 :* Quelle serait une troisième méthode qui permettrait de s'affranchir du terme lié à la pression atmosphérique,  $P_{atm}$ , initiale de l'air.

*Bonus 2 :* Le carburant utilisé dans l'aviation est soumis à des amplitudes de température et de pression plus grandes, les normes concernant ces carburants sont plus exigeantes que pour de l'essence automobile et sont telles que (justifier) :

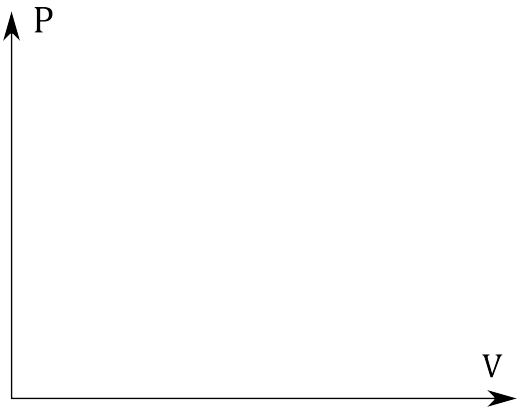
$p_{s0}$  est ☐ plus petit ☐ plus grand  
 La température d'ébullition est ☐ plus petite ☐ plus grande



Exercice 3 machines thermiques (13 points)

Certaines installations de type centrales thermiques fonctionnent avec deux cycles moteurs en série. Nous allons étudier un cas de ce type. Le premier système, composé de vapeur d’eau fonctionne selon un cycle  $\Sigma_1$ , cycle de Brayton moteur (deux adiabatiques et deux isobares). Le deuxième système, est composé d’un **mélange d’eau liquide et de vapeur d’eau** durant toutes les étapes du cycle  $\Sigma_2$  qui est un cycle de Stirling moteur (deux isothermes, deux isochores). Pour les calculs, on assimilera la vapeur d’eau à un gaz parfait.

1. Schématiser le cycle décrit par  $\Sigma_1$  dans un diagramme  $(p, V)$  en indiquant le sens de parcours. On appellera  $p_h$  et  $p_b$  les pressions hautes, respectivement, basse sur les isobares. On notera A, B, C, D, les points extrêmes du cycle en mettant les points A et B sur l’isobare à  $p_h$ .



2. Calculer le travail  $W$  et la chaleur  $Q$  échangés, ainsi que la variation d’énergie interne  $\Delta U$  et d’entropie  $\Delta S$  à chaque étape du cycle en fonction de  $T$ ,  $p$  et  $V$  aux points A,B,C,D ainsi que de  $C_p$  et  $C_v$  capacités calorifiques du gaz.

	AB	BC	CD	DA
$W$				
$Q$				
$\Delta U$				
$\Delta S$				

3. Si on ne dispose que de deux thermostats aux températures  $T_c$  et  $T_f$  pour faire fonctionner le cycle (cycle ditherme), indiquez à quels points ils correspondent sur le diagramme  $(p,V)$ .
4. Calculer  $Q_c$   $Q_f$  et l’efficacité en fonction de  $Q_{AB}$ ,  $Q_{BC}$ ,  $Q_{CD}$  et/ou  $Q_{DA}$ .

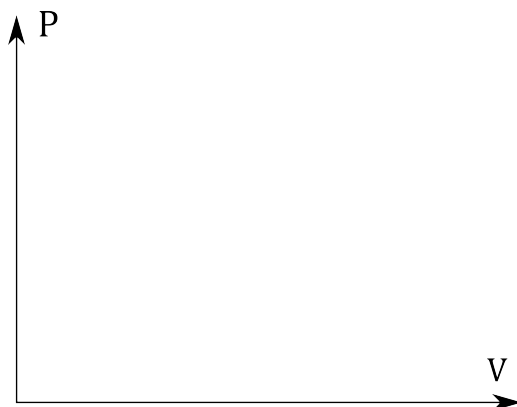
$Q_c =$  .....  
 $Q_f =$  .....  
 $\eta =$  .....

5. Le cycle est-il réversible ? Justifier.

☐ Oui ☐ Non

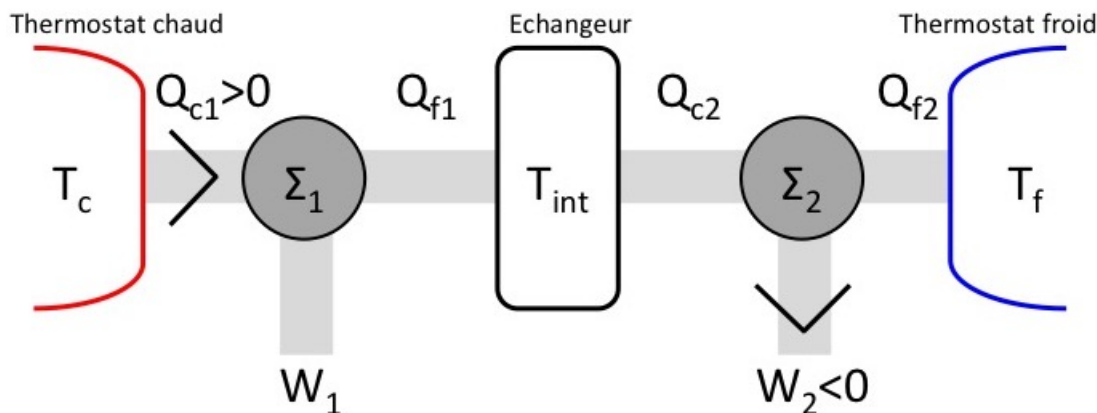
.....

6. Représenter les phases de l'eau dans un diagramme (p,V) et schématiser le cycle décrit par  $\Sigma_2$ .



On suppose maintenant que les deux cycles sont mis en série, et on suppose aussi qu'ils sont tous les deux dithermes. On suppose que le système  $\Sigma_1$  échange  $Q_{c,1}$  avec le thermostat à  $T_{c,1}$  et  $Q_{f,1}$  avec un échangeur à  $T_{\text{int}}$  et que le système  $\Sigma_2$  échange  $Q_{c,2}$  avec l'échangeur et  $Q_{f,2}$  avec un thermostat à  $T_{f,2}$ . Les systèmes sont dimensionnés de telle sorte que  $|Q_{f,1}| = |Q_{c,2}| = Q_{\text{int}}$ .

7. Compléter le schéma suivant en indiquant le sens des échanges par des flèches (deux sont déjà indiquées) ainsi que le signe des  $W$  et  $Q$ . Remplacer  $Q_{f,1}$  et  $Q_{c,2}$  par  $Q_{\text{int}}$  précédé du bon signe (avec les conventions utilisées dans le cours).



8. Calculer l'efficacité de chacun des cycles en fonction de  $Q_{c,1}$ ,  $Q_{f,2}$  et  $Q_{\text{int}}$

$\eta_1$ .....

$\eta_2$ .....

9. Calculer l'efficacité combinée  $\eta_{\text{tot}}$  de l'installation en fonction de  $Q_{c,1}$ ,  $Q_{f,2}$  et  $Q_{\text{int}}$

$\eta_{\text{tot}}$ .....

10. Exprimer l'efficacité combinée  $\eta_{\text{tot}}$  de l'installation en fonction des efficacités individuelles  $\eta_1$  et  $\eta_2$

$\eta_{\text{tot}}$ .....

11. Supposons que le cycle de Brayton a une efficacité de 40%, et le cycle de Stirling une efficacité de 30%. Dans ce cas, quelle est l'efficacité combinée  $\eta_{\text{tot}}$ ?

$\eta_{\text{tot}}$ .....